Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 17

Übungen zu Kommutative Algebra und algebraische Geometrie

Blatt 11

Aufgabe 1. Verifizieren Sie explizit, dass Dedekind-Ringe R normal sind.

Aufgabe 2. Sei k ein Grundkörper, und $S \subset \mathbb{N}$ ein Untermonoid, der alle $n \geq n_0$ ab einer gewissen natürlichen Zahl n_0 enthalte. Berechnen Sie die Normalisierung des Monoidrings

$$R = k[S] = k[T^n \mid n \in S].$$

Aufgabe 3. Sei A eine R-Algebra, $R \subset R'$ eine treu-flache Ringerweiterung, und

$$A' = A \otimes_R R'$$

der resultierende Basiswechsel. Zeigen Sie, dass A ganz über R ist, falls A' ganz über R' ist.

Aufgabe 4. Sei k ein Grundkörper und T ein profiniter Raum, geschrieben als inverser Limes

$$T = \varprojlim_{\lambda \in L} T_\lambda$$

eines filtrierten inversen Systems von endlichen Mengen T_λ, $\lambda \in L$ mit diskreter Topologie. Zeigen Sie, dass T der zugrundeliegende topologische Raum eines affinen Schemas $X = \operatorname{Spec}(A)$ ist, indem Sie geeignete endliche k-Algebren A_λ konstruieren.

Abgabe: Bis Freitag, den 7. Juli um 8:25 Uhr im Zettelkasten.