Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 17

Übungen zu Kommutative Algebra und algebraische Geometrie

Blatt 13

Aufgabe 1. Welche Klasse von Idealen $\mathfrak{a} \subsetneq R$ wird durch die Bedingung

$$fg \in \mathfrak{a} \quad \Longrightarrow \quad f \in \sqrt{\mathfrak{a}} \text{ oder } g \in \sqrt{\mathfrak{a}}$$

definiert? Wieso ist dies nicht die Klasse der Primärideale?

Aufgabe 2. Sei R ein normaler noetherscher Ring. Verifizieren Sie, dass für jedes Primideal $\mathfrak{p} \subset R$ von Höhe eins der lokale Ring $R_{\mathfrak{p}}$ regulär ist.

Aufgabe 3. Sei R ein integer lokaler Ring und $f \neq 0$ aus $\mathfrak{m}_R$. Zeigen Sie, dass der lokale Ring

$$A = R/(f)$$

regulär ist genau dann, wenn R regular und $f \notin \mathfrak{m}_R^2$.

Aufgabe 4. Sei R ein noetherscher Ring und $\mathfrak{a} \subset R$ ein echtes Ideal. Beweisen Sie, dass $\mathfrak{a}$ primär ist genau dann, wenn die endliche Menge

$$\operatorname{Ass}_R(R/\mathfrak{a}) \subset \operatorname{Spec}(R)$$

nur aus einem Element besteht.

Abgabe: Bis Freitag, den 21. Juli um 8:25 Uhr im Zettelkasten.