Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 17/18

Übungen zu algebraische Geometrie I

Blatt 2

Aufgabe 1. Sei $X = \operatorname{Spec}(R)$ ein affines Schema. Verifizieren Sie, dass der Funktor

$$(R\text{-Mod}) \longrightarrow (\mathscr{O}_X\text{-Mod}), \quad M \longmapsto \widetilde{M}$$

mit direkten Summen vertauscht, indem sie Halme $\mathscr{F}_a$, $a \in X$ heranziehen.

Aufgabe 2. Sei k ein Grundkörper. Konstruieren Sie auf der projektiven Geraden $X = \mathbb{P}^1$ einen $\mathscr{O}_X$-Modul $\mathscr{F}$, der nicht quasikohärent ist.

Aufgabe 3. Sei X ein Schema. Zeigen Sie, dass die Teilmengen $U \subset X$, die zugleich offen und abgeschlossen sind, den idempotenten Elementen $e \in \Gamma(X, \mathscr{O}_X)$ entsprechen.

Aufgabe 4. Sei $f : X \to Y$ ein Morphismus von Schemata, $\mathscr{I} \subset \mathscr{O}_Y$ eine quasikohärente Idealgarbe, und $Z \subset Y$ das entsprechende abgeschlossenen Unterschema. Beweisen Sie, dass $f : X \to Y$ genau dann über $Z \subset Y$ faktorisiert, wenn für jeden Punkt $a \in X$ mit Bild $b = f(a)$ die Verkettung

$$\mathscr{I}_b \subset \mathscr{O}_{Y,b} \longrightarrow \mathscr{O}_{X,a}$$

verschwindet.

Abgabe: Bis Freitag, den 3. November um 8:25 Uhr im Zettelkasten.