

Übungen zu Lineare Algebra I

Blatt 3

Aufgabe 1. (i) Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in cartesischen Koordinaten:

$$(5 - i)^{-1}, \quad \frac{1 + 2i}{3 + 4i}, \quad (1 + i)^3.$$

(ii) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten an:

$$\overline{i - 1}, \quad 1/e^{i\varphi} \quad (\varphi \in \mathbb{R}).$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie für jede der folgenden Bedingungen die resultierenden Mengen von komplexen Zahlen $z = x + iy = re^{i\varphi}$ und skizzieren sie diese in der Anschauungsebene $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$.

- (i) $\bar{z} = -z$;
- (ii) $\bar{z} = z^{-1}$;
- (iii) $z^5 = 1$;
- (iv) $\operatorname{Re}(iz + 2) \geq 0$;
- (v) $z^2 - (6 + 3i)z + (7 + 9i) = 0$.

Aufgabe 3. Betrachten Sie die beiden ganzen Zahlen

$$a = \text{Ihre Matrikelnummer}, \quad b = \text{Ihr Geburtsjahr}.$$

Berechnen Sie mit dem euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler $g = \operatorname{ggT}(a, b)$, und finden Sie eine Darstellung $g = ma + nb$.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie für die vier Primzahlen $5 \leq p \leq 13$, welche Kongruenzklassen

$$[a] \in \mathbb{F}_p^\times, \quad 0 < a < p$$

Quadrate sind, indem sie jeweils alle $[b]^2$, $0 < b < p$ berechnen. Was fällt Ihnen bezüglich der Anzahl der Quadrate auf?

Abgabe: Bis Mittwoch, den 7. November um 10:25 Uhr im Zettelkasten.