

# Übungen zu Lineare Algebra I

## Blatt 4

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie für die Primzahlen  $3 \leq p \leq 13$ , welche Kongruenzklassen

$$[a] \in \mathbb{F}_p^\times, \quad 0 < a < p$$

Quadrate sind. Was fällt Ihnen bezüglich der Anzahl der Quadrate auf?

**Aufgabe 2.** Finden Sie eine quadratische Gleichung

$$aX^2 + bX + c = 0,$$

mit ganzzahligen Koeffizienten, die im Körper  $K = \mathbb{F}_{11}$  genau zwei Lösung hat, aber im Körper  $K' = \mathbb{F}_{13}$  keine hat. Geben Sie auch die Lösungen in  $K$  an.

**Aufgabe 3.** Betrachten Sie die beiden ganzen Zahlen

$$a = \text{Ihre Matrikelnummer}, \quad b = \text{Ihr Geburtsjahr}.$$

Berechnen Sie mit dem euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler  $g = \text{ggT}(a, b)$ , und finden Sie eine Darstellung  $g = ma + nb$ .

**Aufgabe 4.** Ermitteln Sie im Ring  $R = \mathbb{Z}/91\mathbb{Z}$ , ob die Kongruenzklassen

$$u = [54] \quad \text{und} \quad v = [21]$$

Einheiten sind, und finden Sie gegebenenfalls das Inverse.

**Abgabe:** Bis Montag, den 13. November um 10:25 Uhr im Zettelkasten.