

Übungen zu Kommutativer Algebra und Algebraische Geometrie

Blatt 10

Aufgabe 1. Sei R ein Ring und S ein multiplikatives System. Zeigen Sie, dass die Lokalisierung $S^{-1}R$ als direkten Limes $\varinjlim_{g \in S} R_g$ bezüglich einer geeigneten Präordnung auf S geschrieben werden kann.

Aufgabe 2. Beschreiben Sie den zugrundeliegenden topologischen Raum der projektiven Gerade $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1$ über dem Körper der reellen Zahlen.

Aufgabe 3. Sei k ein Körper. Wir betrachten das Schema

$$X = \operatorname{Spec} k[T] \cup \operatorname{Spec} k[T'],$$

welches durch Verklebung zweier Kopien der affinen Geraden $\mathbb{A}_k^1$ entsteht, bezüglich der durch $T = T'$ gegebenen Identifizierung $k[T^{\pm 1}] = k[T'^{\pm 1}]$. Beschreiben Sie den zugrundeliegenden Raum $|X|$ und berechnen Sie den Ring $\Gamma(X, \mathcal{O}_X)$ der globalen Schnitte.

Aufgabe 4. Sei $X = (|X|, \mathcal{O}_X)$ ein lokal geringter Raum. Beweisen Sie, dass es einen Morphismus $f : X \rightarrow X^{\text{aff}}$ in ein affines Schema gibt, der universell für Morphismen von X in affine Schemata ist.

Abgabe: Bis Freitag, den 2. Juli um 11:00 Uhr im Briefkasten des Lehrstuhls.