

Übungen zu Kommutativer Algebra und Algebraische Geometrie

Blatt 12

Aufgabe 1. Geben Sie ein Schema X an, dass lokal noethersch aber nicht quasikompakt ist, sowie ein Schema Y , dass quasikompakt aber nicht lokal noethersch ist.

Aufgabe 2. Sei k ein Grundkörper und X ein Schema vom endlichen Typ. Zeigen sie, dass

$$X(k^{\text{alg}}) = \bigcup_{\lambda \in L} X(k_\lambda),$$

wobei k^{alg} der algebraische Abschluss und k_λ , $\lambda \in L$ die Familie der Zwischenkörper $k \subset k_\lambda \subset k^{\text{alg}}$ mit $[k_\lambda : k] < \infty$ ist.

Aufgabe 3. Sei X ein topologischer Raum und

$$\mathcal{F}' \xrightarrow{\psi} \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{F}'' \longrightarrow 0$$

eine exakte Sequenz von abelschen Garben. Mit anderen Worten, für alle $a \in X$ ist die Sequenz $\mathcal{F}'_a \rightarrow \mathcal{F}_a \rightarrow \mathcal{F}''_a \rightarrow 0$ der Halme exakt. Zeigen Sie, dass $\mathcal{F}''$ die universelle Eigenschaft eines Kokerns für $\mathcal{F}' \xrightarrow{\psi} \mathcal{F}$ hat.

Aufgabe 4. Verallgemeinern Sie den Begriff des *quasiseparierten Schemas* auf eine *relative Form*. Beweisen Sie, dass für quasikompakte und quasiseparierte Morphismen $f : X \rightarrow Y$ von Schemata für jede quasikohärente Garbe $\mathcal{F}$ auf X die direkten Bildgarben $f_*(\mathcal{F})$ auf Y quasikohärent bleibt.

Abgabe: Bis Freitag, den 16. Juli um 11:00 Uhr im Briefkasten des Lehrstuhls.