

Lineare Algebra I Blatt 1

1 | Tertium non datur

Ein Grundprinzip der klassischen Logik besagt: für jede beliebige Aussage X gilt genau einer der Aussagen X (die Aussage selbst) und $\neg X$ (die Negation der Aussage). Formulieren Sie jeweils die Negation der folgenden Aussagen:

- (a) Grün ja grün sind alle meine Kleider. [Volkslied]
- (b) Sie können an der Veranstaltung teilnehmen, wenn Sie geimpft, getestet oder genesen sind.
- (c) Das Überholen ist unzulässig bei unklarer Verkehrslage oder wenn es durch ein angeordnetes Verkehrszeichen untersagt ist. [StVO]
- (d) Sie werden zur Prüfung zugelassen, wenn Sie die Zulassung in diesem Semester erwerben oder wenn Sie eine der folgenden Voraussetzungen erfüllen: Sie sind in einem der Studiengänge MAA, FVM oder NVM eingeschrieben und haben bereits einmal erfolglos an einer Prüfung zur Linearen Algebra I teilgenommen, oder Sie sind in einem der Studiengänge IFO, PHY, MPH, CLI eingeschrieben und haben die Zulassung bereits in einem früheren Semester erworben.
- (e) Es gibt genau eine gerade Primzahl.

2 | Wenn der Meister Venn nicht wär ...

Seien A und B Teilmengen einer Menge X . Welche der folgenden Aussagen sind allgemein richtig?

- (a) $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap B$
- (b) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
- (c) $X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B) \cup (A \setminus B)$

Begründen Sie Ihre Antwort durch Angabe eines Beweises oder eines konkreten Gegenbeispiels!

3 | Endlich vereint ★

Jede Vereinigung endlich vieler endlicher Mengen ist endlich. Ist jede Vereinigung unendlich vieler paarweise verschiedener Mengen unendlich?

Hier wie auch in allen anderen Aufgaben sind alle Behauptungen zu beweisen und alle Antworten zu begründen. Zum Beweis der Aussage hier können Sie beispielsweise die Anzahl der Elemente nach oben abschätzen. Die Antwort auf die Frage müssen Sie wiederum durch einen Beweis (Antwort „Ja“) oder durch ein Gegenbeispiel (Antwort „Nein“) begründen.

4 | Wachstum ★

Welche der folgenden Zahlen x und y ist jeweils die größere?

- (a) $x = 31^{11}$ und $y = 17^{14}$
- (b) $x = 2^{1000} + 3^{1000}$ und $y = 4^{1000}$
- (c) $x = 1000! \underbrace{\dots\dots!}_{999 \text{ mal !}}$ und $y = 999! \underbrace{\dots\dots!}_{1000 \text{ mal !}}$