Lineare Algebra I
Test 1

Es gibt insgesamt 6 Aufgaben. Kreuzen Sie bei jeder Aussage an, ob Sie wahr (w) oder falsch (f) ist. Je Aufgabe erhalten Sie als Punktzahl die Differenz aus der Anzahl aller richtig gesetzten Kreuze und aller falsch gesetzten Kreuze, mindestens aber 0 Punkte.

Aufgabe 1 Sei M eine Menge, und seien A, B und C Teilmengen von M.

(w) (f)
☺ ☹ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
☺ ☹ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
☺ ☹ $A \setminus B = B \setminus A$
☺ ☹ $M \setminus (A \cap B) = (M \setminus A) \cap (M \setminus B)$
☺ ☹ $A \cap B = B \cap A$

Aufgabe 2 Sei $f\colon M \to N$ eine Abbildung zwischen zwei Mengen.

(w) (f)
☺ ☹ f ist genau dann injektiv, wenn für alle $m, m' \in N$ gilt: $m = m' \Rightarrow f(m) = f(m')$.
☺ ☹ Ist f injektiv, so besteht jede Faser von f aus höchstens einem Element.
☺ ☹ f ist genau dann surjektiv, wenn alle Fasern von f leer sind.
☺ ☹ f ist genau dann injektiv, wenn für alle $m, m' \in M$ gilt: $f(m) = f(m') \Rightarrow m = m'$.
☺ ☹ Ist M unendlich und N endlich, so ist f surjektiv.

Aufgabe 3 Welche der folgenden Aussagen über Relationen sind richtig?

(w) (f)
☺ ☹ Eine Relation ist genau dann eine Äquivalenzrelation, wenn sie symmetrisch und reflexiv ist.
☺ ☹ Jede Äquivalenzrelation ist transitiv.
☺ ☹ Die durch $x \sim y :\Leftrightarrow x - y \geq 0$ auf $\mathbb{R}$ definierte Relation ist reflexiv.
☺ ☹ Eine Relation $\sim$ auf einer Menge M ist genau dann symmetrisch, wenn für jedes $x \in M$ gilt: $x \sim x$.
☺ ☹ Die durch $x \sim y :\Leftrightarrow x = y^2$ auf $\mathbb{R}$ definierte Relation ist transitiv.

Aufgabe 4 Sei $f\colon A \to B$ eine Abbildung zwischen zwei Mengen.

(w) (f)

☺ ☹ Ein Element $a \in A$ ist genau dann ein Urbild von $b \in B$, wenn gilt $f(a) = b$.

☺ ☹ Ein Element $b \in B$ liegt genau dann im Bild von f, wenn für alle $a \in A$ gilt: $f(a) = b$.

☺ ☹ Ein Element $b \in B$ liegt genau dann im Bild von f, wenn es ein $a \in A$ gibt mit $f(a) = b$.

☺ ☹ Jedes Element aus A besitzt genau ein Bild in B.

☺ ☹ Ein Element a liegt genau dann in der Faser eines Elements $b \in B$, wenn gilt $f(a) = b$.

Aufgabe 5 Sei $*$ eine Verknüpfung auf einer Menge M.

(w) (f)

☺ ☹ Für beliebige $x, y, z \in M$ gilt: $(x * y) * z = x * (y * z)$

☺ ☹ Sei e ein neutrales Element für $*$. Ein inverses Element zu $x \in M$ bezüglich $*$ ist ein Element x', für das gilt: $x * e = x' = e * x$.

☺ ☹ Die Verknüpfung ist eine Abbildung $M \times M \to M$.

☺ ☹ Sei e ein neutrales Element für $*$. Ein inverses Element zu $x \in M$ bezüglich $*$ ist ein Element x', für das gilt: $x * x' = e = x' * x$.

☺ ☹ Ist $e \in M$ ein neutrales Element für $*$, so gilt $e * e = e$.

Aufgabe 6 Sei $f\colon (G, \cdot) \to (K, *)$ ein Gruppenhomomorphismus.

(w) (f)

☺ ☹ Für beliebige Elemente $x, y \in G$ gilt: $(x \cdot y)^{-1} = x^{-1} \cdot y^{-1}$

☺ ☹ Für beliebige $x, y \in G$ gilt $f(x \cdot y) = f(x) * f(y)$.

☺ ☹ Das neutrale Element von G wird von f abgebildet auf das neutrale Element von K.

☺ ☹ Für beliebige $x, y, z \in G$ gilt $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$.

☺ ☹ Das Bild von f ist eine Untergruppe von $(K, *)$.

Name in Druckbuchstaben: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Studiengang: ☐ FVM ☐ MAA ☐ MAT ☐ INA ☐ NAW

☐ CLI ☐ IFO ☐ MPH ☐ PHY

☐ ______________________________

Bitte merken Sie sich für die Rückgabe die Nummer Ihrer Abgabe: 1