

K6: Limiten und Kolimiten

1. Def.: I eine Kategorie. Ein Diagramm der Form I in einer Kategorie \mathcal{C} ist ein Funktor $D: I \rightarrow \mathcal{C}$.

2. Bsp.:

(a) $I = \begin{array}{ccc} & \circ & \rightarrow & \circ \\ & \downarrow & & \downarrow \\ \circ & & & \circ \end{array}$ Diagramm der Form I in \mathcal{C} ist ein Morphismus in \mathcal{C}

(b) $I = \begin{array}{ccc} \circ & \rightarrow & \circ \\ \downarrow & \searrow & \downarrow \\ \circ & \rightarrow & \circ \end{array}$ Diagramm der Form I in \mathcal{C} ist ein kommutatives Quadrat in \mathcal{C} .

(c) $I = \begin{array}{ccc} \circ & \rightarrow & \circ \\ \downarrow & \searrow & \downarrow \\ \circ & \rightarrow & \circ \end{array}$ Diagramm der Form I in \mathcal{C} ist ein (nicht notw. kommutatives) Quadrat in \mathcal{C} .

3. Def.: I, \mathcal{C} wie oben. Für jedes Objekt A von \mathcal{C} haben wir das konstantes Diagramm

$$\Delta A: I \longrightarrow \mathcal{C}$$

$$\begin{array}{ccc} i & \mapsto & A \\ \downarrow & & \downarrow \text{id}_A \\ j & \mapsto & A \end{array}$$

4. Notiz: Wir haben einen Funktor:

$$\Delta: \mathcal{C} \longrightarrow \text{Fun}(I, \mathcal{C})$$

$$\begin{array}{ccc} A & \mapsto & \Delta A \\ f \downarrow & & \downarrow f_* \\ B & \mapsto & \Delta B \end{array} \quad \left(= \text{natürliche Transform. bestehend aus } \begin{array}{l} (\Delta A)(i) = A \\ \downarrow f \\ (\Delta B)(i) = B \end{array} \right)$$

