

Einführung in die Topologie Blatt 2

★ Alphabet

Welche Buchstaben des lateinischen, kyrillischen oder griechischen Alphabets sind, aufgefasst als Unterräume von \mathbb{R}^2 , zueinander homöomorph?

5 | Koendlich

Sei X eine Menge. Eine Teilmenge $U \subseteq X$ heiße *koendlich* wenn $X \setminus U$ endlich ist. Sei \mathcal{U} das System der Teilmengen von X , die entweder leer oder koendlich sind. Ist \mathcal{U} eine Topologie auf X ?

6 | Pullpullbackback

Die Bildung von Pullbacks ist transitiv: ist in folgendem Diagramm P Pullback von f und g , und P' Pullback von h und p_X , so ist P' auch Pullback von fh und g .

$$\begin{array}{ccccc} P' & \longrightarrow & P & \xrightarrow{p_Y} & Y \\ \downarrow & & \downarrow p_X & & \downarrow g \\ X' & \xrightarrow{h} & X & \xrightarrow{f} & B \end{array}$$

Inbesondere ist die Faser von p_X über $x \in X$ homöomorph zur Faser von g über $f(x)$.

7 | Projektionen

Seien X und Y topologische Räume. Ist die Projektion $p_Y: X \times Y \rightarrow Y$ immer abgeschlossen? Ist sie immer offen?

8 | Kegeln

Sei $X \subset \mathbb{R}^n$ und $f: X \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ durch $(x, t) \mapsto ((1-t)x, t)$ gegeben. Sei $\text{Bild}(f)$ das Bild, also die Menge $f(X \times [0, 1]) \subset \mathbb{R}^{n+1}$ ausgestattet mit der Unterraumtopologie. Ist

$$f: X \times [0, 1] \rightarrow \text{Bild}(f)$$

eine Identifizierung?