

## Einführung in die Topologie Blatt 5

---

### 17 | Verbindend

Gibt es zu je zwei Punkten in einem topologischen Raum  $X$  eine stetige Abbildung  $\mathbb{R} \rightarrow X$ , welche beide trifft, so ist  $X$  zusammenhängend.

### 18 | Trennend

Ein topologischer Raum  $Y$  ist genau dann hausdorffsch, wenn für jeden topologischen Raum  $X$  der Abbildungsraum  $\underline{\text{Top}}(X, Y)$  hausdorffsch ist.

### 19 | Lie(blings)gruppen

Welche der Matrizen­gruppen  $GL_n(\mathbb{R})$ ,  $O(n)$ ,  $SO(n)$  sind hausdorffsch? Welche kompakt? Welche zusammenhängend?

### 20 | Zusammenspiel

Seien  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  topologische Räume. Die universellen Eigenschaften des Produktes und des Koproduktes liefern Bijektionen

$$\begin{aligned}\underline{\text{Top}}(X \sqcup Y, Z) &\xrightarrow{\cong} \underline{\text{Top}}(X, Z) \times \underline{\text{Top}}(Y, Z) \\ \underline{\text{Top}}(X, Y \times Z) &\xrightarrow{\cong} \underline{\text{Top}}(X, Y) \times \underline{\text{Top}}(X, Z)\end{aligned}$$

Sind diese stetig? Sind sie unter geeigneten Voraussetzungen an  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  Homöomorphismen?

### ★ Spielverderber

Sind die Abbildungen aus der vorherigen Aufgabe nicht sogar für beliebige topologische Räume Homöomorphismen?