

## Einführung in die Topologie Blatt 9

---

### 33 | Fix und fertig

Jede stetige Selbstabbildung des Kreises vom Grad ungleich eins hat einen Fixpunkt.

### 34 | Ringelkringel

Die punktweise Multiplikation und die Komposition von Abbildungen geben  $[S^1, S^1]$  eine Ringstruktur. Die Gradabbildung  $\deg: [S^1, S^1] \rightarrow \mathbb{Z}$  ist ein Ringisomorphismus:  $\deg(f \circ g) = \deg f \cdot \deg g$ .

### 35 | Fasertransport

Die Zuordnung, welche jedem Punkt  $z \in S^1$  seine Faser  $p^{-1}(z)$  in  $\mathbb{R}$  zuordnet, kann zu einem Funktor

$$\Pi(S^1) \rightarrow \mathbf{Sets}$$

erweitert werden. Für jeden Weg  $\gamma: z \rightsquigarrow z'$  bildet die induzierte Abbildung  $p^{-1}(z) \rightarrow p^{-1}(z')$  einen Punkt auf den Endpunkt der Hochhebung von  $\gamma$  an diesem Punkt ab.

### 36 | Die Fundamentalgruppe des Kreises

Die Fundamentalgruppe  $\pi_1(S^1, z)$  ist für jeden Punkt  $z \in S^1$  isomorph zu  $\mathbb{Z}$ . Ein Isomorphismus wird definiert durch die Abbildung  $\varphi_z: \mathbb{Z} \rightarrow \pi_1(S^1, z)$ , welche den Erzeuger  $1 \in \mathbb{Z}$  auf die durch  $t \mapsto e^{2\pi it} z$  definierte Schleife abbildet. Für jede stetige Abbildung  $f: S^1 \rightarrow S^1$  ist das folgende Diagramm kommutativ:

$$\begin{array}{ccc} \pi_1(S^1, z) & \xrightarrow{f_*} & \pi_1(S^1, fz) \\ \uparrow \varphi_z & & \uparrow \varphi_{fz} \\ \mathbb{Z} & \xrightarrow{\deg f} & \mathbb{Z} \end{array}$$

### ★ Naiv

Ist  $\pi_1(i)$  für jede Einbettung  $i$  injektiv?

Ist  $\pi_1(p)$  für jede Identifizierung  $p$  surjektiv?