

Einführung in die Topologie Blatt 11

41 | Felix füllt Flaschen

Felix Klein beschrieb 1882 eine Fläche mit folgender Polygondarstellung:

Bild aus Copyright-Gründen nicht im Netz.

Berechnen Sie die Fundamentalgruppe dieser Fläche. Zeigen Sie ferner, dass sie zu einer der uns bekannten Flächen F_g ($g \geq 0$) oder N_k ($k \geq 1$) homöomorph ist.

42 | Heegard kocht Linsen

Sei L das Pushout

$$\begin{array}{ccc} S^1 \times S^1 & \hookrightarrow & D^2 \times S^1 \\ f \downarrow & & \downarrow \\ S^1 \times D^2 & \longrightarrow & L, \end{array}$$

wobei f durch $(z, w) \mapsto (z^a w^b, z^c w^d)$ für gewisse ganze Zahlen a, b, c, d mit $ad - bc = \pm 1$ gegeben ist. Räume dieser Form werden **Linsenräume** genannt. Zeigen Sie, dass die Fundamentalgruppe von L isomorph ist zu \mathbb{Z}/a .

43 | Freiheit den Schleifen!

Sei X ein wegzusammenhängender Raum, x einer seiner Punkte. Dann ist die vergessliche Abbildung

$$\pi_1(X, x) \rightarrow [S^1, X]$$

surjektiv. Zwei Elemente der Fundametalgruppe haben genau dann das gleiche Bild, wenn sie zueinander konjugiert sind.

44 | Möbiusband

Bestimmen Sie die Fundamentalgruppe des Möbiusbandes M . Welches Element wird durch die Randkurve $S^1 \rightarrow M$ beschrieben? Zeigen Sie, dass es keinen Retrakt vom Möbiusband auf seinen Rand gibt.

★ **Nagelprobe**

Das leicht vergilbte Porträt des Freiherrn von und zu Knieselknirsch soll an einer Wand aufgehängt werden, aus der bereits zwei rostige Nägel ragen. Dazu werden zunächst die beiden oberen Ecken des Bilderrahmens mit einem (beliebig langen) Faden verbunden. Wie kann der Faden so um die Nägel gelegt werden, dass das Porträt zu Boden fällt, sobald sich auch nur einer der beiden Nägel löst?

