Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Tobias Hemmert

Wintersemester 2016/17
20.01.2017

Einführung in die Topologie
Blatt 12

★ Obertöne
Vertonen Sie die Definition einer Überlagerung.

45 | Abzählreim
Beweisen Sie direkt anhand der Definition: in einer Überlagerung von B ist die Mächtigkeit der Fasern über jeder Zusammenhangskomponente von B konstant.

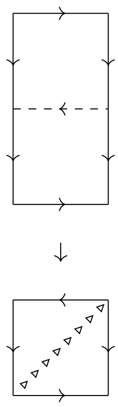
46 | Regelfall
Ein stetige Abbildung $X \to Y$ ist ein **lokaler Homöomorphismus**, falls jeder Punkt in X eine Umgebung besitzt, die homöomorph auf eine Umgebung seines Bildes abgebildet wird.

Zeigen Sie, dass jeder lokale Homöomorphismus zwischen kompakten Hausdorff-Räumen eine Überlagerung mit endlichen Fasern ist.

★ Störfall
Es gibt einen surjektiven lokalen Homöomorphismus, der keine Überlagerung ist.

47 | Kreisverkehr
Sei $p\colon X \to B$ eine Überlagerung. Die **Decktransformationsgruppe** $\mathrm{Aut}(p)$ ist die Automorphismengruppe von p in der Kategorie der Überlagerungen von B. Offenbar handelt es sich um eine Untergruppe der Homöomorphismengruppe von X. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Aut}(p)$ für zusammenhängendes X bezüglich der KO-Topologie diskret ist.

Sei $e_n\colon S^1 \to S^1$ die durch $z \mapsto z^n$ gegebene Überlagerung ($n \neq 0$). Zeigen Sie, dass e_n und e_{-n} isomorph sind. Berechnen Sie ferner die Decktransformationsgruppe $\mathrm{Aut}(e_n)$.



48 | Doppeldecker
In der Skizze rechts ist eine zweifache Überlagerung der Kleinschen Flasche durch den Torus angedeutet. Präzisieren Sie, um welche Abbildung es sich handelt und berechnen Sie den induzierten Homomorphismus auf den Fundamentalgruppen.

Auf der Kleinschen Flasche hat ferner das Nasobem einige dreieckige Fußstapfen hinterlassen. Präzisieren Sie, welchen Weg das Nasobem genommen hat, und bestimmen Sie alle Hochhebungen dieses Weges. Skizzieren Sie die Hochhebungen in der üblichen Darstellung des Torus als Unterraum von $\mathbb{R}^3$.

Abgabefrist: 27.01.2017, 10:30 Uhr