

Einführung in die Topologie Extrablatt

49 | Unaufwindbar

Zeigen Sie, dass jede stetige Abbildung $S^2 \rightarrow S^1$ und jede stetige Abbildung $\mathbb{R}P^2 \rightarrow S^1$ nullhomotop ist. Zeigen Sie allgemeiner, dass für eine zusammenhängende Mannigfaltigkeit M mit endlicher Fundamentalgruppe jede stetige Abbildung $M \rightarrow S^1$ nullhomotop ist. Stimmt die Aussage auch ohne die Annahme über die Fundamentalgruppe?

50 | Univalent

Seien $\tilde{X} \rightarrow X$ und $\tilde{Y} \rightarrow Y$ universelle Überlagerungen wegzusammenhängender und lokal wegzusammenhängender Räume X und Y . Zeigen Sie: sind X und Y homotopieäquivalent, so sind auch \tilde{X} und \tilde{Y} homotopieäquivalent.

51 | Ringkampf

Zeigen Sie, dass es keine stetige Abbildung $f: S^2 \rightarrow S^1$ gibt, die antipodale Punkte auf antipodale Punkte abbildet, für die also für alle $x \in S^2$ gilt: $f(-x) = -f(x)$.

Tipp: Betrachten Sie einen halbe Äquatorumrundung auf S^2 , ihr Bild unter f , und die universelle Überlagerung von S^1 .

52 | Raupen (abstrakt)

Zeigen Sie, dass jede orientierte kompakte Fläche F_g vom Geschlecht $g \geq 1$ eine **zusammenhängende** n -fache Überlagerung besitzt, für jedes beliebige $n \in \mathbb{N}$.

★ Raupen (konkret)

Die überlagernden Räume aus der vorherigen Aufgabe sind wieder kompakte Flächen. Welche?