

Einführung in die Topologie

Finale

★ Wiederholung: Hausdorff

Sei $X \rightarrow Y$ eine Überlagerung. Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) X hausdorffsch $\Rightarrow Y$ hausdorffsch
- (b) X hausdorffsch $\Leftarrow Y$ hausdorffsch

★ Wiederholung: Kompaktheit

Sei $X \rightarrow Y$ eine Überlagerung. Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) X kompakt $\Rightarrow Y$ kompakt
- (b) X kompakt $\Leftarrow Y$ kompakt

Wiederholen Sie die Aufgabe, weil sie so schön ist, gleich noch zwei Mal: einmal unter der Annahme, dass X nicht leer und Y zusammenhängend ist, einmal unter der Annahme, dass alle Fasern endlich sind.

★ Unten endlich, oben kompakt

Sei B ein wegzusammenhängender und lokal hinreichend zusammenhängender kompakter Raum. Eine universelle Überlagerung von B ist genau dann kompakt, wenn $\pi_1(B)$ endlich ist.

Überlegen Sie sich anhand einer Reihe von Beispielen, dass die Aussage stimmen könnte, und dass Kompaktheit tatsächlich vorausgesetzt werden muss. Beweisen Sie die Aussage.

★ Mindestens 99 Luftballons

Beschreiben Sie alle zusammenhängenden Überlagerungen von $S^1 \vee S^2$, in Worten und in Zeichen. Und in Zeichnungen.

★ Studium interdisciplinaris

Klassifizieren Sie alle zusammenhängenden Überlagerungen von $\mathbb{R}P^2 \times \mathbb{R}P^2$ und $\mathbb{R}P^2 \vee \mathbb{R}P^2$.

★★ Studium universalis ★★

Planen Sie einige Experimente, mit denen sich die Topologie des Universums ergründen ließe.
