Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Alexander Samokhin

Sommersemester 2015
21.04.2015

Topologie I
Blatt 3

---

7 | Tatsache

Die in der Vorlesung konstruierten Pullbacks und Pushouts topologischer Räume haben tatsächlich die entsprechenden universellen Eigenschaften.

8 | Kozoo

In $\mathcal{A}b$ und $\mathcal{V}ec_k$ stimmen endliche Produkte und Koprodukte überein. Gilt das auch für unendliche Produkte und Koprodukte?

9 | Limitiert

In $\mathcal{S}ets$ existieren Limiten für beliebige kleine Diagramme: ist $\mathcal{I}$ eine kleine Kategorie und $D\colon \mathcal{I} \to \mathcal{S}ets$ ein Diagramm, so ist ein Limes für D gegeben durch die Menge

$$L := \{(x_i)_i \in \prod_{i \in \mathrm{Ob}(\mathcal{I})} D(i) \mid D(\iota)(x_i) = x_j \text{ für alle } i \xrightarrow{\iota} j \text{ in } \mathcal{I}\}$$

zusammen mit den offensichtlichen Abbildungen $L \to D(i)$.

Existieren auch in $\mathcal{T}op$ Limiten für beliebige kleine Diagramme?

10 | Rückzug in Klumpen

Die Unterraumtopologie/induzierte Topologie lässt sich über ein Pullbackdiagramm definieren. Sei dazu $\kappa\colon \mathcal{S}et \to \mathcal{T}op$ der Funktor, der eine Menge mit der Klumpentopologie ausstattet. Ist nun X ein topologischer Raum, U eine Menge und $i\colon U \to X$ eine beliebige Abbildung von Mengen, so ist der Pullback des Diagramms

$$\begin{tikzcd} & X \arrow[d] \\ \kappa U \arrow[r, "i"'] & \kappa X \end{tikzcd}$$

die Menge U ausgestattet mit der von i induzierten Topologie.

Lässt sich die Quotiententopologie/koinduzierte Topologie analog definieren?

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie in der nächsten Übung ab (29.04.2015, 16:30 Uhr in 25.22.00.72).