Topologie I Blatt 4

11 | Kochen mit der ganzen Familie

Sei X eine Menge und sei $\mathcal{K}$ eine Menge von Abbildungen $k: X_k \rightarrow X$ von topologischen Räumen X_k nach X . Dann ist

$$\left\{ U \subseteq X \mid k^{-1}(U) \subseteq X_k \text{ offen für alle } k \in \mathcal{K} \right\}$$

eine Topologie auf X . Wir nennen sie die von $\mathcal{K}$ **koinduzierte Topologie**.

Die von einer Menge $\mathcal{I}$ von Abbildungen $i: X \rightarrow X_i$ in topologische Räume X_i **induzierte Topologie** ist gegeben durch

$$\left\{ i^{-1}(U) \mid i \in \mathcal{I} \text{ und } U \text{ offen in } X_i \right\}.$$

Welche universellen Eigenschaften haben diese Topologien?

12 | Gleichgültig

Für einen topologischen Raum X sei kX dieselbe Menge X ausgestattet mit der von

$$\mathcal{K}(X) := \{s: K \rightarrow X \mid K \text{ lokal kompakt und } s \text{ stetig}\}$$

koinduzierten Topologie.

Für jeden topologischen Raum X ist kX lokal kompakt erzeugt. Ist ferner $f: X \rightarrow Y$ eine stetige Abbildung bezüglich gegebener Topologien auf den beiden Räumen X und Y , so ist f erst recht stetig als Abbildung $kX \rightarrow kY$. Wir erhalten also einen volltreuen Funktor k von der Kategorie aller topologischen Räume in die Kategorie der lokal kompakt erzeugten Räume.

13 | Halb so wild

Jeder abgeschlossene Teilraum eines lokal kompakt erzeugten Raums ist wieder lokal kompakt erzeugt. Ist X lokal kompakt erzeugt und K lokal kompakt, so ist auch $X \times K$ mit der üblichen Produkttopologie lokal kompakt erzeugt.

14 | Exponenzieren im Freien

Unter geeigneten Voraussetzungen gilt für einen topologischen Raum Y :

- Der Funktor $(-)^Y: \mathcal{Top} \rightarrow \mathcal{Top}$, der auf Objekten gegeben ist durch $X \mapsto X^Y$, induziert einen wohldefinierten Funktor $\mathcal{HoTop} \rightarrow \mathcal{HoTop}$.
- Der Funktor $(-) \times Y: \mathcal{Top} \rightarrow \mathcal{Top}$, der auf Objekten gegeben ist durch $X \mapsto X \times Y$, induziert einen wohldefinierten Funktor $\mathcal{HoTop} \rightarrow \mathcal{HoTop}$.
- Diese beiden Funktoren auf $\mathcal{HoTop}$ sind zueinander adjungiert:

$$[X, Z^Y] = [X \times Y, Z]$$

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie in der nächsten Übung ab (Mittwoch, 6.5.2015, 16:30 Uhr in 25.22.00.72).