

Topologie I Blatt 6

19 | Kofaserstapel

Sind $f: A \rightarrow X$ und $g: B \rightarrow Y$ zwei Kofaserungen, so ist auch die Summe $f \sqcup g: A \sqcup B \rightarrow X \sqcup Y$ wieder eine Kofaserung. Gilt dasselbe auch für das Produkt $f \times g: A \times B \rightarrow X \times Y$?

20 | Freiraum

Für jede stetige Abbildung $f: X \rightarrow Y$ ist die Inklusion von Y in den Abbildungszylinder von f ein Deformationsretrakt. Die Inklusion von X in den Abbildungszylinder von f ist ein Umgebungsdeformationsretrakt.

21 | Rückwärts

Sei B ein topologischer Raum.

Ist $X \rightarrow Y$ ein Pushoutdiagramm in \mathcal{Top} , so ist $B^X \leftarrow B^Y$ ein Pullbackdiagramm.

$$\begin{array}{ccc} X & \longrightarrow & Y \\ \downarrow & & \downarrow \\ Z & \longrightarrow & P \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} B^X & \longleftarrow & B^Y \\ \uparrow & & \uparrow \\ B^Z & \longleftarrow & B^P \end{array}$$

22 | Chamber of Lines

Der **reelle projektive Raum** $\mathbb{R}P^n$ lässt sich unter anderem als einer der folgenden beiden Quotientenräume konstruieren.

- (a) Die Gruppe $\mathbb{R}^\times = (\mathbb{R} - 0, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf $\mathbb{R}^{n+1} - 0$.
Wir definieren $\mathbb{R}P^n := (\mathbb{R}^{n+1} - 0) / \mathbb{R}^\times$.
- (b) Die Gruppe $C_2 = (\pm 1, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf der Einheitssphäre $S^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$.
Wir definieren $\mathbb{R}P^n := S^n / C_2$.

Diese beiden Definitionen sind äquivalent. Als Menge lässt sich $\mathbb{R}P^n$ kanonisch mit der Menge der Ursprungsgeraden in \mathbb{R}^{n+1} identifizieren. Als topologischer Raum ist $\mathbb{R}P^n$ kompakt und Hausdorff. Es gibt ein Faserbündel

$$S^n \rightarrow \mathbb{R}P^n$$

mit Faser S^0 .