Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Alexander Samokhin

Sommersemester 2015
30.6.2015

Topologie I
Blatt 13

---

47 | Kuneiform

Für $n \geq 2$ ist $\pi_n(X \vee Y) \cong \pi_n(X) \oplus \pi_n(Y) \oplus \pi_{n+1}(X \times Y, X \vee Y)$.

48 | Wildfang

Die Homotopiegruppe $\pi_7(S^4)$ ist nicht endlich.

Verwendet man statt der reellen Zahlen (Aufgabe 22) oder der komplexen Zahlen (Aufgabe 26) die Quaternionen, erhält man zusätzlich zu den Hopfbündeln $S^1 \twoheadrightarrow S^1$ und $S^3 \twoheadrightarrow S^2$ aus Aufgabe 31 ein Hopfbündel

$$\begin{tikzcd} S^3 \arrow[r] & S^7 \arrow[d] \\ & S^4 \end{tikzcd}$$

Das kann in dieser Aufgabe verwendet werden.

49 | Vertrauen ist gut ...

Homotopieäquivalenz von Kettenkomplexen ist eine Äquivalenzrelation.
Das Tensorprodukt zweier Kettenkomplexe ist wieder ein Kettenkomplex.

50 | Trockenübung

Welche Homologie haben die folgenden Kettenkomplexe? Der Eintrag ganz rechts habe in allen Fällen Grad Null. Links und rechts vom angegebenen Ausschnitt sind jeweils Nullen zu ergänzen.

$$C_\bullet(S^3): \quad 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \longrightarrow 0 \longrightarrow 0 \longrightarrow \mathbb{Z}$$

$$C_\bullet(\mathbb{C}P^2): \quad \mathbb{Z} \longrightarrow 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \longrightarrow 0 \longrightarrow \mathbb{Z}$$

$$C_\bullet(\mathbb{R}P^3): \quad 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z} \xrightarrow{2} \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z}$$

$$C_\bullet(\mathbb{R}P^4): \quad \mathbb{Z} \xrightarrow{2} \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z} \xrightarrow{2} \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z}$$

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie in der nächsten Übung ab (8.7.2015, 16:30 Uhr in 25.22.00.72).