Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Alexander Samokhin

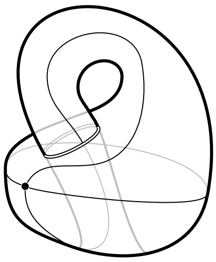
Sommersemester 2015
07.07.2015

Topologie I
Blatt 14

---

51 | Windungen

Welche Homologie haben jeweils $S^n \times S^m$, $\mathbb{C}P^n$ und $\mathbb{R}P^n$? Welche Homologie hat die Kleinsche Flasche?



52 | Variationen

Sei R ein kommutativer Ring, X ein topologischer Raum. Die **Homologie von X mit Koeffizienten in R** lässt sich konstruieren, indem wir statt des gewöhnlichen zellulären Kettenkomplexes $C_*(X)$ den Komplex von R-Modulen $C_*(X;R) := C_*(X) \otimes R$ verwenden. Es ist also

$$C_n(X;R) := \bigoplus_{n-\text{Zellen von } X} R,$$

das Differential hat die gleiche Form wie zuvor, und

$$H_n(X;R) := H_n(C_*(X;R)).$$

Was ergibt sich für $H_*(S^n;\mathbb{Z}/2)$ und $H_*(\mathbb{R}P^n;\mathbb{Z}/2)$?
Was ergibt sich für $H_*(S^n;\mathbb{Q})$ und $H_*(\mathbb{R}P^n;\mathbb{Q})$?

53 | Charakterstudie

Für die Eulercharakteristik $\chi(X)$ eines endlichen Zellkomplexes X gilt:

$$\chi(X) = \sum_i (-1)^i \dim_{\mathbb{Q}} H_i(X;\mathbb{Q}).$$

Insbesondere ist die Eulercharakteristik unabhängig von der gewählten Zellstruktur.

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie in der nächsten Übung ab (15.07.2015, 16:30 Uhr in 25.22.00.72). Dies ist das letzte Übungsblatt. Die mündliche Prüfung ersetzt die fehlende letzte Aufgabe.