

Topologie I Blatt 3

9 | TÜV

Die in der Vorlesung konstruierten Pullbacks und Pushouts in den Kategorien

$\mathcal{S}ets$ (Mengen und Abbildungen),

$\mathcal{A}b$ (abelsche Gruppen und Gruppenhomomorphismen) und

$\mathcal{T}op$ (topologische Räume und stetige Abbildungen)

haben tatsächlich die entsprechenden universellen Eigenschaften.

10 | Gleichmacherei

Der **Egalisator** (auch: Differenzkern/Equalizer) zweier Morphismen f, g mit gleicher Quelle X und gleichem Ziel Y in einer Kategorie ist der Limes des Diagramms

$$X \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \rightrightarrows \\ \xrightarrow{g} \end{array} Y.$$

Wie sehen die Egalisatoren in den Kategorien aus der vorherigen Aufgabe aus?

11 | Kozoo

In $\mathcal{A}b$ und $\mathcal{V}ec_k$ stimmen endliche Produkte und Koproducte überein. Gilt das auch für unendliche Produkte und Koproducte?

★ Kreuzbandriss

Die Kategorie $\mathcal{A}b$ ist nicht äquivalent zu $\mathcal{A}b^{op}$.

Tipp: In jeder Kategorie mit einem Nullobjekt gibt es kanonische Morphismen $\coprod_{i \in I} A_i \rightarrow \prod_{i \in I} A_i$. Vergleichen Sie deren Eigenschaften in $\mathcal{A}b$ und $\mathcal{A}b^{op}$.

12 | Rückzug in Klumpen

Die Unterraumtopologie lässt sich über ein Pullback definieren: Sei $\kappa: \mathcal{S}et \rightarrow \mathcal{T}op$ der Funktor, der eine Menge mit der Klumpentopologie ausstattet. Für eine beliebige Teilmenge A eines topologischen Raumes X ist ein Pullback des folgenden Diagramms gegeben durch die Menge A ausgestattet mit der Unterraumtopologie und den kanonischen Abbildungen $A \rightarrow \kappa A$, $A \rightarrow X$.

$$\begin{array}{ccc} & X & \\ & \downarrow & \\ \kappa A \hookrightarrow & & \kappa X \end{array}$$

Lässt sich die Quotiententopologie analog definieren?

Die Abgabefrist verlängert sich wegen der Feiertage bis Donnerstag, den 02.11.2017, 10:30 Uhr. Den Frühabgabebonus gibt es unverändert für Abgaben bis Montag, den 30.10.2017, 10:30 Uhr.