

Topologie I Blatt 1

1 | Halbgewalkt?

Seien f, g, h Morphismen in einer Kategorie mit $h \circ g = \text{id}$ und $g \circ f = \text{id}$. Ist g ein Isomorphismus?
Seien allgemeiner f, g, h Morphismen derart, dass $h \circ g$ und $g \circ f$ Isomorphismen sind. Ist dann g ein Isomorphismus?

2 | Rechtecklemma

Jede offene Umgebung eines kompakten Rechtecks enthält ein offenes Rechteck. Genauer: Seien X und Y topologische Räume, seien $K \subset X$ und $L \subset Y$ kompakte Teilräume, und sei $O \subset X \times Y$ eine offene Teilmenge des Produkts, die $K \times L$ enthält. Dann existieren offene Teilmengen $U \subset X$ und $V \subset Y$ derart, dass gilt:

$$K \times L \subset U \times V \subset O$$

3 | Blähung

Seien X, Y und Z topologische Räume, $f: X \times Y \rightarrow Z$ eine stetige Abbildung, $L \subset Y$ eine kompakte Teilmenge und $O \subset Z$ eine offene Teilmenge. Dann existiert zu jedem Punkt $x \in X$ mit

$$f(\{x\} \times L) \subset O$$

eine Umgebung U von x , sodass sogar $f(U \times L)$ ganz in O enthalten ist.

4 | Ringelkäse

Welche Fundamentalgruppe hat das Komplement von n disjunkten unverschlungenen und unverknoteten Kreisen in \mathbb{R}^3 ? Konkreter: Sei S^1 der Einheitskreis in \mathbb{R}^2 . Welche Fundamentalgruppe hat das Komplement von $(S^1 \times \{1\}) \cup \dots \cup (S^1 \times \{n\})$ in \mathbb{R}^3 ?