

4 | Kreuze

(20 Punkte)

Diese Aufgabe besteht aus insgesamt 4 Teilaufgaben. Kreuzen Sie bei jeder Aussage an, ob Sie wahr (w) oder falsch (f) ist. Je Teilaufgabe erhalten Sie als Punktzahl die Differenz aus der Anzahl aller richtig gesetzten Kreuze und aller falsch gesetzten Kreuze, mindestens aber 0 Punkte.

Wir arbeiten in der Kategorie der lokal kompakt erzeugten Schwach-Hausdorff-Räume.

Teilaufgabe (a)

(w) (f)

- ☐ Die Inklusion des Randes S^2 in die abgeschlossene Einheitskreis D^3 ist ein Umgebungsdeformationsretrakt.
- ☐ Die Inklusion eines beliebigen Unterraums in $\mathbb{R}$ ist ein Umgebungsdeformationsretrakt.
- ☐ Jede Komposition von zwei Umgebungsdeformationsretrakten ist ein Umgebungsdeformationsretrakt.
- ☐ Jeder Umgebungsdeformationsretrakt ist eine Homotopieäquivalenz.
- ☐ Ist $i: A \rightarrow X$ ein Umgebungsdeformationsretrakt, so ist auch die Inklusion des Punktes A/A in den Raum X/A („Zusammenschlagen von A zu einem Punkt“) ein Umgebungsdeformationsretrakt.

Teilaufgabe (b)

(w) (f)

- ☐ Jeder Zellkomplex ist wegzusammenhängend.
- ☐ Es gibt einen Zellkomplex ohne 1-Zellen, für den gilt $\pi_1(X) \cong \mathbb{Z}/2$.
- ☐ Ist X ein einfach-zusammenhängender Zellkomplex, so besitzt X eine Zellstruktur ohne 1-Zellen.
- ☐ Es gibt einen 3-zusammenhängenden Zellkomplex, für den gilt $\pi_4(X) \cong \mathbb{Z}$.
- ☐ Es gibt einen Zellkomplex, der in jeder Dimension abzählbar-unendlich viele Zellen besitzt.

Teilaufgabe (c)

(w) (f)

- ☐ Jede Homotopieäquivalenz zwischen Zellkomplexen ist eine schwache Äquivalenz.
- ☐ Jede schwache Äquivalenz zwischen Zellkomplexen ist eine Homotopieäquivalenz.
- ☐ Jeder Raum ist homotopieäquivalent zu einem Zellkomplex.
- ☐ Zu jedem Raum X existiert ein Zellkomplex X' und eine schwache Äquivalenz $X \rightarrow X'$.
- ☐ Zu jeder stetigen Abbildung $f: X \rightarrow Y$ existiert eine Kofaserung $f': X \rightarrow Y'$ und eine Homotopieäquivalenz $h: Y \rightarrow Y'$ mit $h \circ f' = f$.

Teilaufgabe (d)

(w) (f)

- ☺ Es gibt nicht-triviale Faserbündel mit Faser S^0 .
- ☺ Es gibt ein Faserbündel $S^3 \rightarrow S^2$ mit Faser S^1 .
- ☺ Es gibt ein Faserbündel $S^3 \rightarrow S^2$ mit Faser $S^1 \vee S^1$.
- ☺ Der Raum $\mathbb{C}P^n$ ist einfach-zusammenhängend für $n \geq 1$.
- ☺ Jedes numerable Faserbündel ist eine Faserung.

Hinweis: Jede der hier auftretenden Faserungen $p: E \rightarrow B$ definiert auch eine punktierte Faserung $(E, e) \rightarrow (B, p(e))$, für jeden Punkt $e \in E$.