

Topologie I

Topologie

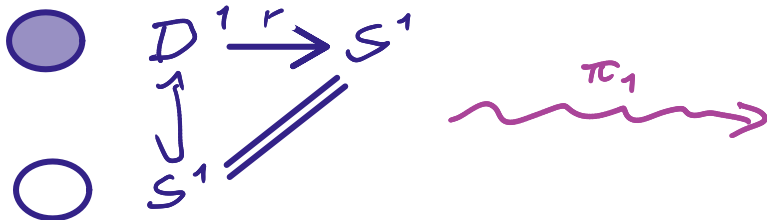
(lineare)
Algebra

Bsp (Wdh):

$\exists$ stetige Abb.

$r: D^1 \rightarrow S^1$ mit

$r \circ \text{inkl.} = \text{id}?$

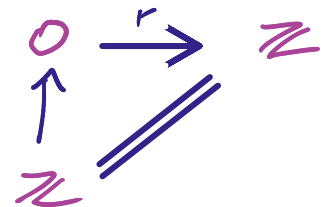


NEIN!

$\exists$ Homomorphismus

$r: \mathbb{O} \rightarrow \mathbb{Z}$

mit



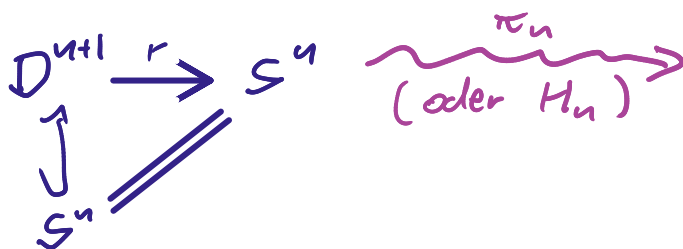
NEIN

Bsp. (neu):

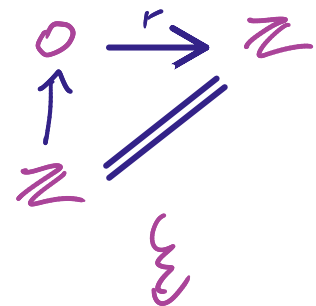
$\exists$ stetige Abb.

$r: D^{n+1} \rightarrow S^n$ mit

$r \circ \text{inkl.} = \text{id}?$



NEIN



NEIN

Korollar: Brouwerscher Fixpunktsatz

Jede stetige Selbstabbildung

$$D^n \longrightarrow D^n$$

hat mindestens einen Fixpunkt.

Bsp.:

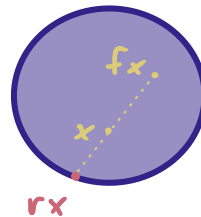


Beweis des Fixpunktsatzes:

Genau wie für $n=2$. Falls $f: D^n \rightarrow D^n$ stetig ohne Fixpunkt existiert, definiere

$$r: D^n \rightarrow S^n$$

wie folgt:



(r ist stetig: ...)



Einzigste Herausforderung: Def. von π_n / H_n .

Wir brauchen:

- verlässlichen Formalismus: Kategorien & Funktoren
- minimales Verständnis der Kategorie Top
- gute Funktoren wie π_n , z.B.

π_n (höhere Homotopiegruppen)

- ⊕ einfache Def.
- ⊕ erhalten viel der Struktur von Top
- ⊖ Berechnung unmöglich, z.B.
 $\pi_n(S^n)$ i.A. nicht bekannt

H_n (Homologiegruppen)

- ⊖ $\exists$ viele Def., allesamt wenig naheliegend
- ⊙ erhalten oft "genug" Struktur von Top
- ⊕ berechenbar

H^n (Kohomologiegruppen)

(Top II)