

4. Eindeutigkeit gewöhnlicher Homologietheorien

1. Satz: Jede gewöhnliche Homologietheorie E_* ist isomorph zur zellulären Homologie mit Koeffizienten in $E_0(\text{Punkt})$.

Beweisskizze:

Sei E_* gewöhnliche HT.

Wir konzentrieren uns auf Fall $E_0(\text{Punkt}) = \mathbb{Z}$.

Strategie:

① Definiere „zellulären Komplex“ $C_*^E(X)$ für Zellkomplex X .

② Zeige $C_*^E(X) \cong C_* X$
↑ zelluläre Komplex aus § 3 definiert mittels π_n

③ $E_*(X) \cong H_*(C_*^E(X))$

Dann folgt offenbar:

$$\begin{aligned} E_*(X) &\stackrel{\textcircled{3}}{\cong} H_*(C_*^E(X)) \\ &\stackrel{\textcircled{2}}{\cong} H_*(C_* X) \stackrel{\text{DEF}}{=} H_*(X) \end{aligned}$$

Ein paar Details: