

Topologie II Blatt 5

15 | Würstchen

Welche Homologie hat der Raum, den man erhält, wenn man beim Torus $S^1 \times S^1$ einen Kreis $S^1 \times \{p\}$ zu einem Punkt zusammenschlägt? Welche Homologie hat der Raum, den man erhält, wenn man zwei verschiedene Kreise $S^1 \times \{p\}$ und $S^1 \times \{q\}$ jeweils zu einem Punkt zusammenschlägt?

16 | Paralleluniversen

Sei U der dreidimensionale Raum, den wir erhalten, wenn wir zwei Volltori $S^1 \times D^2$ entlang ihrer Ränder $S^1 \times S^1$ verkleben. Welche Homologie hat U ? Welche Homologie hat allgemeiner der Raum U_g , den wir erhalten, wenn wir in dieser Konstruktion den Torus durch eine kompakte orientierbare Fläche des Geschlechts g ersetzen?

17 | Quersumme

Sei E_* eine beliebige Homologietheorie. Die von Kodiagonalen $\nabla: X \sqcup X \rightarrow X$ induzierte Abbildung

$$\nabla_*: E_n(X) \oplus E_n(X) \rightarrow E_n(X)$$

ist die Addition.

18 | Cancellation Lemma

Gegeben sei ein Kettenkomplex von R -Moduln (C, d) , sodass für ein $n \in \mathbb{Z}$ gilt: $C_n = C'_n \oplus A$ und $C_{n-1} = C'_{n-1} \oplus A$ für gewisse R -Moduln C'_n, C'_{n-1} und A . Ferner sei die Komponente von $d_n: C_n \rightarrow C_{n-1}$, die A auf A abbildet, ein Isomorphismus. Dann ist (C, d) kettenhomotopieäquivalent zu einem Kettenkomplex der Form

$$(C', d'): \cdots \rightarrow C_{n+2} \rightarrow C_{n+1} \rightarrow C'_n \rightarrow C'_{n-1} \rightarrow C_{n-2} \rightarrow C_{n-3} \rightarrow \cdots$$

Wie sehen die Differentiale d' aus?

Tipp: Es hilft, die Bedingung $d^2 = 0$ zu betrachten.